Örtliche Bewertung der Schwingfestigkeit von Gewindeverbindungen II

Fachgebiet und Institut für Werkstoffkunde Prof. Dr.-Ing. Matthias Oechsner Dr.-Ing. Jörg Beyer Dominic Olveda, M.Sc.

Institut für Stahlbau und Werkstoffmechanik Fachgebiet Werkstoffmechanik Prof. Dr.-Ing. Michael Vormwald Dr.-Ing. H. Th. Beier Darko Panic, M.Sc.







1 Einleitung

Mithilfe der VDI-Richtlinie 2230 [1] kann die Schwingfestigkeit von Schrauben-Mutter-Verbindungen abgeschätzt werden. Jedoch ist ihre Anwendung nicht für allgemeine Gewindeverbindungen geeignet, da die VDI-Richtlinie auf dem Nennspannungskonzept basiert und die Definition einer Nennfläche für solch allgemeine Verbindungen oft nicht möglich ist. Auch lassen sich mit Regelwerken, die sich nicht explizit mit der Auslegung von Gewindeverbindungen beschäftigen, wie z.B. der FKM-Richtlinie "Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile" [2], keine befriedigende Abschätzung der Schwingfestigkeit von Gewindeverbindungen erreichen. In diesen Fällen bietet das Örtliche Konzept eine Möglichkeit zur Abschätzung der Schwingfestigkeit.

2 Ziel

Das Ziel dieses Vorhabens war die Bereitstellung und Erarbeitung von Berechnungsmethoden und werkstoffmechanischen Grundlagen für die Bemessung von Gewindeverbindungen.

Hierzu waren folgende Teilziele zu erreichen:

- Bewertung des Werkstoffverhaltens und der Werkstoffschädigung auf der Grundlage von modernen Werkstoffmodellen
- Definition von Modellierungsrichtlinien für Gewinde zur Abbildung der Gewindelastverteilung bei niedriger Mittelspannung
- Untersuchung der Auswirkung von elastischen- und überelastischen Anzugsniveaus auf die örtliche Beanspruchung und damit auf die Schwingfestigkeit von Gewindeverbindungen unter Berücksichtigung der Auswirkung von einzelnen Überlasten
- Untersuchung der Rissfortschrittsphase im Schraubenquerschnitt anhand der Bruchmechanik

3 Vorgehensweise

In dem Forschungsvorhaben wurden drei unterschiedliche Verbindungstypen geprüft. Die Schraube-Muttern-Verbindung (Verbindungstyp 1) ist dabei als einfachstes und gut zu prüfendes Gewindebauteil anzusehen, das es ermöglicht bei einem vertretbaren Aufwand eine breite Datenbasis zu schaffen. Neben dem Schraubenversagen (Verbindungstyp 1) wurde auch ein – für klassische Schrauben untypisches – Versagen des Mutternkörpers, Düsenspannmutter, (Verbindungstyp 2) untersucht. Schrauben- und Muttern des Verbindungstyp 1 und 2 wurden aus einem Stahlwerkstoff gefertigt. Der Verbindungstyp 3 ist als eine Verbindung aus einer Stahlschraube und einem Aluminiummutternkörper gefertigt. An dieser Verbindung waren die unterschiedlichen Lastübertragungseigenschaften der Werkstoffkombination Stahl-/Aluminium zu untersuchen. Die Lebensdauerbewertung erfolgt nach dem Verfahren von Schneider [3].

Anhand der untersuchten Verbindungstypen konnte sowohl das Versagen der Schraube, als auch das Versagen der Mutter örtlich bewertet werden.

Zur Bewertung des Werkstoffverhaltens und der Werkstoffschädigung wurde ein modernes Werkstoffmodell nach Döring [4] verwendet. Durch zusätzliche Werkstoffversuche wurden alle notwendigen Parameter identifiziert und das Werkstoffmodell an einer Kerbprobe mit gewindeähnlicher Beanspruchung geprüft. In einem weiteren Schritt wurde die Beanspruchung des Verbindungstyps 1 mit dem modernen Werkstoffmodell berechnet.

4 Ergebnisse

4.1 Werkstoffcharakterisierung

Zunächst wurden Eingangsdaten für die numerische Berechnung der Gewindebeanspruchung ermittelt. Dazu waren Werkstoffversuche an den zu untersuchenden Materialien notwendig. Für die Versuche zur Werkstoffcharakterisierung wurde Stangenmaterial aus dem Werkstoff *34CrNiMo6* zur Verfügung gestellt. Aus diesem Material wurde der Verbindungstyp 1 hergestellt wie auch die Kerbprobe sowie die Werkstoffproben. Der Verbindungstyp 2 besteht aus demselben Werkstoff und hat dieselbe Wärmebehandlung erfahren, wurde jedoch als gefertigtes Bauteil bereitgestellt. Der untersuchte Aluminiumwerkstoff *EN AW-6082 T6* wurde aus den Bauteilen des Verbindungstyps 3 entnommen.

Für diese zwei Werkstoffe sind zur Ermittlung des statischen Werkstoffverhaltens Zugversuche, und zur Ermittlung des zyklischen Werkstoffverhaltens Schwingversuche durchgeführt worden. Die Schwingversuche erfolgten dabei kraft- und dehnungskontrolliert (F_m , $\varepsilon_m=0$ und F_m , $\varepsilon_m>0$).



In Bild 1 ist ein Auszug der Versuchsergebnisse des Stahlwerkstoffs 34CrNiMo6 dargestellt.

Bild 1: links: Vergleich der Dehnungswöhlerlinie 34CrNiMo6 und aus [5] rechts: Zyklisches Kriechen – Hourglass-Proben (34CrNiMo6)

4.2 Ableitung der Parameter für das Döring-Modell

Die Parameteridentifikation für das Döring-Modell basiert auf einem selbstentwickelten Programm, welches direkt in der numerischen Software MATLAB umgesetzt wurde. Der berechnete Parametersatz, der mathematisch als Lösungsvektor des nichtlinearen Optimierungsproblems mit Nebenbedingungen zu sehen ist, umfasst im Einzelnen 103 Parameter.

Eine übersichtliche Darstellung des beschriebenen Optimierungsprozesses ist in der Bild 2 gegeben.



Bild 2: Parameteridentifikation für das Döring-Modell – nichtlineare Optimierung

Die folgende Abbildung zeigt ein Vergleich der Ergebnisse der Simulation mit den experimentellen Daten nach der Optimierung.



Bild 3: 34CrNiMo6 - links: Erstbelastungs- und Erstentlastungskurve - Vergleich Simulation und Versuch rechts: Wechselverformungskurven - Vergleich Simulation und Versuch

4.3 Bauteilversuche

Eine Zusammenfassung der untersuchten Verbindungstypen, des Bauteilwerkstoffs und der Versagensorte ist in Tabelle 1 dargestellt. Bild 4 zeigt eine Übersicht der Verbindungen und der Prüfart. Alle Gewinde wurden geschnitten hergestellt und nicht gerollt.

Verbindungstyp	Bauteil	Versagensort	Werkstoff
Verbindungstyp 1 (VT1)	Schraube-Mutterverbindung	Schraube	34CrNiMo6
	M16x100 (Gewindestange)		
Verbindungstyp 2 (VT2)	Düsenspannmutter	Mutter	34CrNiMo6
Verbindungstyp 3 (VT3)	Stahl-Aluminium-Verbindung	Mutter	EN AW-6082 T6
Kerbprobe	Kerbprobe	Kerbgrund	34CrNiMo6

Tabelle 1: Untersuchte Gewindeverbindungen, deren Bauteilwerkstoff und der Ort des Versagens

		100 M16x2 (Regel- gewinde)		rd. 36 mm
	Kerbprobe	Verbindungstyp 1	Verbindungstyp 2	Verbindungstyp 3
Werkstoffversuche 34CrNiMo6/AW-6082	Zugversuch	F-geregelt	ε-geregelt	F-geregelt ε-geregelt
Ermüdungsversuche am Bauteil/Probe	S _m =0,7·R _{p0,2%}	S _m =0,7·R _{p0,2%}	¹⁾ S _m =0,7·R _{p0,2%}	¹⁾ S _m =0,7·R _{p0,2%}
	R _⊨ =0,1	R ₌ =0,1/Überlast	¹⁾ R _F =0,1	¹⁾ R _F =0,1
Ermüdungsversuche am <u>verspannten</u> Bauteil	-	-	F _v "hoch"	F _v "hoch"
	-	-	F _v "niedrig"	F _v "niedrig"

¹⁾ Stichprobenartige Einzelversuche

Bild 4: Schematische Darstellung der Prüfungen an den Verbindungstypen

In Bild 5 sind am Beispiel des Verbindungstyps 1 die ermittelten Wöhlerlinien unter hoher Mittellast ($S_m = 0.5 \cdot R_{p0,2\%}$) und niedriger Mittellast ($R_s=0,1$) zu sehen. Zusätzlich wurde noch die aus der VDI-Richtlinie 2230 [1] berechnete theoretische Wöhlerlinie zum Vergleich eingezeichnet.



Bild 5: Bauteilwöhlerlinie des Verbindungstyps 1

4.4 Ermittlung der örtlichen Beanspruchung im Gewindegrund

Die rechnerische Analyse erfolgte mit numerischen 2D- und 3D Finite-Elemente-Modelle. Dazu wurden Standardwerkstoffmodelle verwendet für die spätere Bewertung nach Schneider [3]. Für die Bewertung des Verbindungstyps 1 und der Kerbprobe wurde zusätzlich das Werkstoffmodell nach Döring [4] eingesetzt.

Bild 6, links zeigt exemplarisch das FE-Modell des Verbindungstyps 1 mit Randbedingungen. Die Vernetzung dieser Schrauben-Muttern-Verbindung ist in Bild 6, rechts dargestellt.



Bild 6: VT1 links: Modell mit Randbedingungen, rechts: Modell mit Gesamtvernetzung und Vernetzung im Gewindegrund

Für die Bewertung der Verbindung wurde aus der Berechnung des numerischen Modells der örtliche Verlauf im ersten tragenden Gewindegang ausgewertet, siehe Bild 7. Die Auswertung erfolgte jeweils für eine Berechnung mit statischen und zyklischen Werkstoffgesetz, wobei hier Standardwerkstoffmodelle eingesetzt wurden.



Bild 7: VT1 - Auswertung der Beanspruchung im ersten tragenden Gewindegang

In Bild 8 ist ein Vergleich der Berechnung des Verbindungstyps 1 mit einem Materialmodell nach Chaboche und Döring unter hoher Mittellast dargestellt. Aus dem Bild 8 geht hervor, dass das Döring-Modell mit der Beschreibung der Erstbelastungskurve beginnt und dann zum transienten Werkstoffverhalten übergeht. Das Ergebnis mit dem Chaboche-Modell startet mit der der zyklisch stabilisierten Spannungs-Dehnungskurve, welche bei dem vorliegenden Werkstoff 34CrNiMo6 unter der Erstbelastungskurve verläuft. Anschließend erfolgt die Beschreibung der zyklischen Plastizitätseffekte. Die FE-Ergebnisse verdeutlichen, dass örtlich im ersten tragenden Gewindegang der Schraube eine Art Kombination aus zyklischen Entfestigen bzw. Mittelspannungsrelaxation und zyklischem Kriechen stattfindet. Es muss an dieser Stelle jedoch hingewiesen werden, dass das Chaboche-Modell, welches in den kommerziellen Versionen der FE-Software (z.B. Ansys und Abaqus) integriert ist i.d.R. das zyklische Kriechen überschätzt.



Bild 8: Lokale Spannungs-Dehnungs-Kurve im ersten tragenden Gewindegang (Schraube)

4.5 Ermittlung der Anrisswöhlerlinie

Das Verfahren nach Schneider [3], auf Basis des Örtlichen Konzeptes, wird zur Berechnung der Anrisswöhlerlinie verwendet. Die Grundlage hierfür bilden die experimentell ermittelten Werkstoffdaten sowie die aus den numerischen Modellen berechneten Hysteresen. Diese Berechnung erfolgt für eine beliebige Anzahl an Lastamplituden, durch deren Verbindung die rechnerische Wöhlerlinie beschrieben wird. Exemplarisch ist in Bild 9 die so ermittelte Anrisswöhlerlinie für den VT1 unter niedriger Mittellast (R_F =0,1) dargestellt.



Bild 9: VT1 - berechnete Anrisswöhlerlinie bei niedriger Mittellast (R_F =0,1)

4.6 Ermittlung der Bruchwöhlerlinie

Die Prüfung der Verbindungen erfolgte bis zum Bruch bzw. bis zur Erreichung eines messbaren Risses. Ein Vergleich der berechneten und experimentellen Wöhlerlinie kann deshalb nur unter Berücksichtigung des Rissfortschritts erfolgen.

In Regelwerken wie der FKM-Richtlinie "Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis" [6] ist eine Vielzahl an vereinfachten Ersatzmodellen zur rechnerischen Ermittlung der Rissfortschrittsschwingspielzahl hinterlegt. Eine weitere Möglichkeit der Rissfortschrittsermittlung kann mithilfe der FE-Methode erfolgen. Der Vorteil einer solchen Berechnung ist unter anderem die Abbildung der Gewindelastverteilung als auch der Kontakt zwischen den Gewindeflanken und der Auflageflächen, womit die Reibung mit berücksichtigt wird.

Mithilfe der eXtended Finite-Element-Method (XFEM) wurde eine eigenständige Näherungslösung für den Verbindungstyp 1 berechnet. Bild 10 zeigt ein Ablaufschema zur Ermittlung einer Näherungslösung.



Bild 10: Ablaufschema zur Ermittlung der Y-a Kurve mithilfe der XFEM

Dabei sind folgende Schritte für die Berechnung durchzuführen:

- 1. Erstellung eines vereinfachten 3D-FE Modells der Gewindeverbindung (ohne Gewindesteigung) und der Rissgeometrie (Schalenmodell)
- 2. Berechnung des Modells als stationäre Analyse zur Sicherstellung der vollen Anreicherung der Verschiebungsvektorenfunktion
- 3. Auswertung der Spannungsintensitätsfaktoren (Konturintegrale)
- 4. Variierung der Rissgeometrie und Neustart der Berechnung. Wiederholung der Schritte 1 bis 3, solange bis die Ergebnisse für den interessierenden Risslängenbereich vorliegen
- 5. Interpolation einer dimensionslosen Geometriefunktion Y(a, d)

Mithilfe der so berechneten Geometriefunktion und der Grundgleichung $K = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot Y(a, d)$ ist die Spannungsintensitätsfaktor-Risslängen Beziehung bestimmt. Bild 11 zeigt die Spannungskontur eines berechneten 3D-Modells mit einer Risslänge von 3,0mm und die ermittelten Spannungsintensitätsfaktoren entlang der Rissfront für den Verbindungstyp 1.



Bild 11: Spannungsplot des XFEM-Modells mit einer Risslänge a=3mm und den ermittelten Spannungsintensitätsfaktoren entlang der Rissfront für S₀=469MPa

Die zur Berechnung der Rissfortschrittsschwingspielzahl notwendigen Werkstoffkonstanten *C* und *m* wurden aus der FKM-Richtlinie [6] entnommen. Versuchsergebnisse zu demselben Werkstoff lagen nicht vor, weshalb Kennwerte eines vergleichbaren Werkstoffs verwendet wurden (40CrMoV 4 7, R_m =900 MPa, R_K =0,5) mit den Werkstoffkonstanten *C* = 7,58·10⁻⁸ (*, *m*=2,34^(*). Da eine Anfangsrisslänge nicht messbar war, wurde diese mit a=0,5mm angenommen. Die Endrisslängen wurden aus Bruchflächenuntersuchungen der geprüften Verbindung ermittelt.

4.7 Vergleich der Ergebnisse

Der Vergleich der rechnerischen und aus experimentellen Versuchen ermittelten Wöhlerlinien ist in den nachfolgenden Abbildungen (Bild 12 bis 14) für einige der untersuchten Variationen dargestellt.

^{(*}gilt für *a* in mm/Zyklus und *K* in MPa \sqrt{m}



Bild 12: VT1 - Vergleich der Bauteilwöhlerlinie mit der berechneten Bruchwöhlerlinie (R_r=0,1)

Der Vergleich der experimentell ermittelten Wöhlerlinie mit den berechneten Wöhlerlinien für den VT1 zeigt eine geringe rechnerische Überschätzung der Lebensdauer bei niedriger Mittellast.



Bild 13: VT2 - Vergleich der Bauteilwöhlerlinie mit der berechneten Bruchwöhlerlinie (F_m=52kN, R_F=0,1)

Im Falle der Düsenspannmutter-Verbindung (VT2) kommt es zur rechnerischen Überschätzung der Lebensdauer bei hoher Mittellast und einer Unterschätzung bei niedriger Mittellast.





Bild 14: VT3 - Vergleich der Bauteilwöhlerlinie mit der berechneten Anrisswöhlerlinie (verspannt, hohe Vor-spannkraft)

Ein Vergleich der Ergebnisse der Stahl-Aluminium-Verbindung zeigt eine rechnerische Überschätzung der experimentell ermittelten Lebensdauer.

4.8 Vereinfachtes örtliches Bewertungskonzept

Das im Rahmen des Projekts vorgeschlagene vereinfachte örtliche Bewertungskonzept basiert auf der Weiterentwicklung des Bewertungskonzepts nach Schneider [3].

Die vereinfachte Methode ist in folgende Schritte zu unterteilen:

Schritt 1: Bestimmung der Oberspannung σ_0 bei statischer Belastung durch ein Näherungsverfahren wie z.B. Neuber-Methode bzw. modifizierte Neuber-Methode [7] und dem statischen Werkstoffgesetz.

Schritt 2: Bestimmung der Hysterese bei zyklischer Belastung durch ein Näherungsverfahren und der zyklisch stabilisierte Spannungs-Dehnungs-Kurve als Werkstoffgesetz. Anhängen der Hysterese an den obersten Punkt der Erstbelastungskurve aus Schritt 1. **Schritt 3:** Beurteilung der Dehnungsamplitude ε_a mit dem Schwellwert ε_{ath} . Bei Schwellwert Überschreitung, ist mit einer Mittelspannungsrelaxation zu rechnen \rightarrow Schritt 3b. Andernfalls erfolgt die Bewertung der Hysterese in ihrer aktuellen Lage \rightarrow Schritt 3a.

Schritt 3a: Bei einer geringfügigen Spannungsrelaxation bzw. bei einem Relaxationsexponenten $r \approx 0$, erfolgt die Bewertung der Hysterese in ihrer Ausgangslage. Die Anwendung des Örtlichen Konzepts kann basierend auf dem Schädigungsparameter P_{SWT} oder P_J erfolgen.

Schritt 3b: Berechnung der Mittelspannungsrelaxation nach Landgraf [8] und Verschiebung der Hysterese um den berechneten Betrag. Anschließende Lebensdauerbewertung nach dem Örtlichen Konzept auf Basis des Schädigungsparameters P_{SWT} oder P_J.



Bild 15: Schematischer Ablauf des vereinfachten Verfahrens

In Bild 16 werden die Ergebnisse der vereinfachten Methode mit Berücksichtigung der Spannungsrelaxation (nach Landgraf) und Anwendung des Örtlichen Konzepts auf Basis des Schädigungsparameters P_{SWT} mit den Versuchsergebnissen verglichen.



Bild 16: Örtliches Konzept - Vergleich des vereinfachten Verfahrens (mit Berücksichtigung der Spannungsrelaxation) mit den Versuchsergebnissen

5 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens wurden experimentelle und numerische Untersuchungen an Gewindeverbindungen durchgeführt. Ziel der Untersuchungen war es, Kenntnisse zur sicheren Bemessung von allgemeinen Gewindeverbindungen auf Basis des Örtlichen Konzeptes zu erweitern.

Die Ermittlung der örtlichen Beanspruchung erfolgte dabei auf Basis des von Schneider [3] entwickelten Verfahrens. Die Bewertung der Beanspruchung wurde mit Hilfe des Schädigungsparameters P_J durchgeführt. Neben der Anrisslebensdauer, die über das Örtliche Konzept berechnet wird, wurde zusätzlich der Rissfortschritt mithilfe der Bruchmechanik abgeschätzt.

Es zeigte sich, dass beim Vergleich der experimentellen und der rechnerischen Auslegung des Verbindungstyps 1 (klassische Schraube-Mutter-Verbindung) eine gute Übereinstimmung sowohl bei niedriger als auch bei hoher Mittellast vorliegt. Bei den Verbindungstypen 2 und 3 kam es zur Überschätzung als auch Unterschätzung der Lebensdauern.

Gründe für die Abweichung zwischen den experimentell und rechnerisch ermittelten Lebensdauern können darauf zurückzuführen sein, dass die Fließkurve nicht richtig abgebildet wurde. Diese ist nur bis zur Gleichmaßdehnung bestimmt worden und wird bei Überschreitung extrapoliert, wodurch die lokale Beanspruchung nicht richtig wiedergegeben werden kann. Außerdem erfolgte die Rissfortschrittsberechnung auf Basis von Werkstoffkennwerten aus der Literatur sowie einer angenommenen Anfangsrisslänge.

Die Abschätzung des Rissfortschritts für den Vergleich mit den experimentell ermittelten Bauteil-Bruchwöhlerlinen erfolgte mit der linear-elastischen Bruchmechanik. Neben klassischen Rissmodellen wurde eine spezielle *K*-Lösung für die Schraube-Mutter-Verbindung mittels der XFEM bestimmt. Mithilfe des Modells kann sowohl die Gewindegeometrie als auch der Kontakt zwischen Mutter und Schraube berücksichtigt werden.

Eine vereinfachte Abschätzung kann auf Basis einer elastischen FE-Berechnung und unter Berücksichtigung eines Ansatzes z.B. nach der modifizierten Neuber-Methode für hochverspannten Verbindungen erfolgen. Wird die Gewindeverbindung bei einem niedrigen Lastverhältnis belastet, muss zusätzlich die Mittelspannungsrelaxation mithilfe des Verfahrens nach Landgraf [8] berücksichtigt werden. Damit ist eine Auslegung auch ohne die aufwändigen Relaxationsversuche bzw. transienten Berechnungen möglich.

6 Praktischer Nutzen

Eine erweiterte Methode zur rechnerische Auslegung von allgemeinen Gewindeverbindung wurde vorgestellt. Somit kann die Schwingfestigkeit von Gewindeverbindungen, welche nicht mithilfe von Standardregelwerken wie die VDI 2230 berechnet werden können, abgeschätzt werden.

Die Abschätzung der Rissfortschrittslebensdauer erfolgt mithilfe der linear-elastischen Bruchmechanik. Eine Möglichkeit zur rechnerischen Bestimmung einer speziellen Spannungsintesitätsfaktor-Lösung wurde vorgestellt auf Basis einer eXtended Finite Element Method Berechnung. Dadurch ist eine detaillierte Abbildung des Rissmodells durch die Berücksichtigung der Gewindegeometrie als auch der Kontakt zwischen Mutter und Schraube im Vergleich zu vereinfachten Standardmodellen aus der Literatur möglich.

Die Berechnung der örtlichen Belastung einer Gewindeverbindung konnte mithilfe des Werkstoffmodells nach Döring erfolgen. Somit konnten die zyklischen Vorgänge direkt im Modell abgebildet werden, welches eine detaillierte Betrachtung der Beanspruchung im Gewindebauteil ermöglicht.

7 Hinweis auf Förderung

Gefördert durch:



Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie

aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages Das IGF-Vorhaben 16920 N der Forschungsvereinigung Forschungskoratorium Maschinenbau e.V. – FKM, Lyoner Straße 18, 60528 Frankfurt am Main wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung und -entwicklung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert.

Literatur

- [1] VDI 2230, Blatt 1 (2003): Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen; Zylindrische Einschraubenverbindungen. Beuth Verlag Berlin
- [2] Forschungskuratorium Maschinenbau: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile, 6., überarb. Ausg. Frankfurt am Main, VDMA Verlag 2012
- [3] R. Schneider: Örtliche Bewertung der Schwingfestigkeit von Gewindeverbindungen, Dissertation, Darmstadt 2011
- [4] R. Döring: Zum Deformations- und Schädigungsverhalten metallischer Werkstoffe unter mehrachsig nichtproportionalen zyklischen Beanspruchungen. Veröffentlichungen des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Hochschule Darmstadt, Institutsheft 78. Darmstadt: Inst. für Stahlbau und Werkstoffmechanik 2006
- [5] C. Boller u. T. Seeger: Materials Data for Cyclic Loading. Part B: Low-Alloy Steels. Materials science monographs. Elsevier 1987
- [6] Forschungskuratorium Maschinenbau: Bruchmechanischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile, 3. Ausg. Frankfurt am Main, VDMA Verlag 2006
- [7] H. Neuber: Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies With Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law. Journal of Applied Mechanics 28 (1961) 4 S. 544
- [8] R. W. Landgraf u. R. A. Chernenkoff: Residual Stress Effects on Fatigue of Surface Processed Steels. In: Champoux, R. L., Kapp, J. A. u. Underwood, J. H. (Hrsg.): Analytical and Experimental Methods for Residual Stress Effects in Fatigue. ASTM International 1988, S. 1–1-12